Recolección y Análisis de Datos del Sistema de línea de espera del Instituto Soledad Acevedo De Los Reyes

Emanuel García Jiménez, Ignacio Cruz Domínguez
Facultad de Ingeniería y Tecnología
Universidad de Montemorelos

El trabajo de investigación se llevó a cabo en el Instituto Soledad Acevedo de los Reyes (ISAR), el cual se enfoca principalmente en la línea de espera de autos que se forma cuando los padres esperan a sus hijos a la hora de salida, permaneciendo los padres en el auto. Esta propuesta pretende generar además de un flujo continuo y eficiente en el abordaje de los alumnos a sus respectivos vehículos y poder minimizar el tiempo de espera de los padres, así como también proveer al alumno la seguridad necesaria a la salida de su horario de clase. Se analizó tanto la aplicación de los modelos matemáticos en los datos tales como fórmulas matemáticas de Kolmogorov-Smirnov, la cual nos ayudó a demostrar que el comportamiento de los datos era exponencial, también en la labor de adquirirlos, que la aplicación del modelo Poisson –Exponencial era necesario, así como también la aplicación de nuevas tecnologías para agilizar el proceso de entradas y salidas de vehículos, teniendo en cuenta los resultados obtenidos podemos notar que a pesar que las gráficas muestran una correlación moderada, existe la necesidad de la implementación de un sistema viable para optimizar el sistema actual, facilitando el acceso, seguridad y rapidez necesaria para generar un flujo ágil y continuo de vehículos optimizando este proceso, se puede observar que casi un 80% de dicho tiempo se ralentiza en el punto de salida, indicando claramente que hay una situación por resolver en dicho lugar. Se pretende que los resultados obtenidos sean útiles para la sociedad y para otras instituciones que tengan un problema similar, generando un impacto positivo tal, que cambiarán la forma de realizar muchas cosas en el mundo actual.

Keywords: Líneas de Espera, Análisis de Sistemas, Tiempo de espera Padres - Alumnos

1. SECCIÓN 1 Introducción

Cualquiera que haya estado frente a un semáforo, en una fila de algún banco, o de un restaurante de comida rápida, ha vivido la dinámica de las filas de espera. El análisis de líneas de espera es de interés para aquellas entidades que pretenden tener una mejor y mayor eficiencia en sus servicios ya que esto afecta el diseño, la planificación de la capacidad, la distribución de espacios, la administración del tiempo, así como también la programación realizada.

Se le conoce como línea de espera a una hilera formada por uno o varios clientes que aguardan para recibir un servicio. Los clientes pueden ser personas, objetos, maquinas que requieren mantenimiento, contenedores con mercancía o elementos de un inventario, las líneas de espera se forman a causa de un desequilibrio temporal entre la demanda de un servicio y la capacidad del sistema para suministrarlo. Una línea de espera es el efecto resultante en un sistema cuando la demanda de un servicio supera la capacidad de proporcionar dicho servicio. Este sistema está formado por un conjunto de entidades que proporcionan un servicio a las transacciones que aleatoriamente entran al sistema. Dependiendo del sistema que se trate, las entidades pueden ser cajeras, máquinas, semáforos, grúas, puestos de revisión, etcétera, mientras que las transacciones pueden ser: clientes, piezas, autos, barcos, etcétera. Tanto el tiempo de servicio como las entradas al sistema son fenómenos que generalmente tienen asociadas fuentes de variación que se encuentran fuera del control del tomador de decisiones, de tal forma que se hace necesaria la utilización de modelos estocásticos que permitan el estudio de este tipo de sistemas.

La mayoría de los problemas de líneas de espera que se presentan en la vida real es que la tasa de demanda varia, es decir, específicamente en este proyecto los padres de familia llegan a intervalos imprevisibles. Lo más común es que también haya variaciones en el ritmo de salida de los alumnos.

Antecedentes

Texto En el momento que se observa una necesidad en la línea de espera del colegio ISAR, se tomó la iniciativa de mejorar dicho sistema, esto con el fin de proporcionar una mejor experiencia a la hora de salida de dicha institución, para encontrar como mejorar el tiempo de espera de los padres al recoger a sus hijos, se llevó a cabo un análisis de distintas partes de la línea, entrada, espera, y salida, una vez recolectados los datos se realizó un análisis en base a la prueba de bondad y ajuste de Kolmogorov-Smirnov, la cual nos ayudó a demostrar que el comportamiento de los datos es exponencial, al saber el comportamiento de los datos nos ayudó a comprender los lugares de la línea de espera que necesitaba una mayor atención.

1.2 Definición del problema

El principal motivo de esta investigación se generó al notar la necesidad de optimizar el proceso de entrada y salida de autos al llegar los padres a recoger a sus hijos (los estudiantes), notando que el tiempo de espera era muy largo, ocasionando que el tráfico de la vialidad aledaña se incrementara considerablemente, uno de los problemas encontrados en el sistema actual, es que no se cuenta con un sistema para identificar a los padres o autos que van llegando, teniendo que ir hasta la entrada y preguntar por su hijo, prolongando así el tiempo de espera.

1.3 Justificación

Uno de los puntos importantes de esta investigación es contar con un sistema el cual permita agilizar el flujo de vehículos a la hora de la salida del período clases, teniendo en cuenta incrementar la seguridad, tanto de los alumnos, así como sus padres, minimizando la probabilidad de accidentes, de tipo vehicular y asegurando que cada alumno vaya con el padre correspondiente.

Objetivo general

Determinar un modelo de línea de espera el cual mejore la experiencia del usuario y al mismo tiempo sea eficiente, minimizando el tiempo de espera de los padres que llegan a recoger a sus hijos en el Instituto Soledad Acevedo de los Reyes.

Objetivos específicos

Desarrollar un modelo de líneas de espera, a partir de los datos recolectados con el fin de reducir el tiempo de espera de los padres al recoger a sus hijos, complementado el sistema con tecnologías que proporcionen fluidez en el proceso.

Hipótesis

Es posible encontrar un modelo de líneas de espera correcto y eficiente para mejorar la seguridad y tiempo de espera del familiar al recibir su hijo (alumno) al salir del colegio utilizando tecnología actual tales como reconocimiento de patrones, sensores de tiempo y movimiento, comunicación en tiempo real para facilitar la comunicación entre el alumno y la llegada de los padres.

2. SECCIÓN 2 – Fundamentos teóricos

2.1 Estado del Arte

Es muy importante contar con un sistema de línea espera adecuado, para que este proceso no se convierta en un fastidio, una aerolínea a la cual le presentaban una serie de quejas con respecto al tiempo de espera al momento de reclamar su equipaje, como consecuencia de esto, los ejecutivos pusieron una cantidad mayor de despachadores, al darse cuenta que los reclamos continuaban, se decidió hacer un análisis más a fondo por el cual decidieron incrementar la distancia de las salidas hasta el lugar donde se recibía el equipaje, esto a pesar de no dar una reducción de espera, los usuarios lo percibían como esperar menos tiempo ya que tardaban más en trasladarse hasta el sitio. [1]

En otro caso de estudio podemos observar la necesidad en un parque de atracciones como lo es Disney, con más de 30 millones de visitantes al año, el cual resuelve su problema de líneas de espera equipando un centro neurálgico subterráneo, para abordar la mayoría de los problemas; el centro utiliza cámaras de video, programas de computadora, mapas digitales de parques y otras herramientas geniales para detectar el bloqueo antes de que se forme y despliegue contramedidas en tiempo real. [2]

Un padre de familia de una escuela en Tampa, notó que pasaba entre 30 a 40 minutos esperando fuera de la escuela a su hijo, la solución que dio fue crear un sistema que incluye una zona de protección que rodea a la escuela la aplicación se llama PikMyKid. Eso da a los maestros, una imagen en tiempo real de quien está en secuencia en la línea. [3]

El tener un sistema de línea de espera funcionando de manera adecuada puede ahorrar mucho tiempo, y una aplicación móvil como lo es Whyline, ayuda a mejorar estos tiempos. La aplicación muestra las filas virtuales disponibles de acuerdo a la categoría que se elija, por ejemplo: banco, farmacias, restaurante, etc. [4]

Los responsables de la toma de decisiones de un hospital notaron la necesidad de hacer más eficientes los servicios hospitalarios, para lo cual se realizó un análisis al servicio de línea de espera del área de urgencias, para el cual se consideraron distintos modelos de línea de espera, entre los cuales tenemos estrategia de partición de flujo, el cual desarrolla un modelo para analizar tres áreas, cuidados intensivos, unidad de coronarias y hospitalización, dicha estrategias es para mejorar el flujo de pacientes de consulta externa y modelo con etapas en serie para analizar el flujo entre dos áreas de un hospital. En el análisis se llevó a cabo un estudio de muestreo para analizar una línea de espera, en la cual se debe caracterizar la demanda y los tiempos de servicio, una vez que obtenida esta información se realiza un cálculo con el método de mínimos cuadrados, esto es importante, porque en teoría de líneas de espera varios modelos analíticos suponen que el proceso sigue un tipo de distribución y las funciones relacionadas, si dicha prueba es omitida los datos deben tomarse con reserva y validarlos de alguna otra manera. Para realizar el cálculo en sistemas exponenciales (markovianos) con “c” servidores se utilizaron las siguientes fórmulas:

$$L = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_q = \frac{P_0(\lambda/\mu)^c \rho}{c!\,(1-\rho)^2}$$

Donde:
c: número de servidores
k: prioridad (Clase) de cliente
λ: tasa de llegadas (demanda, 1/t entre arribos)
L_k: número de clientes en el sistema
L_q: número de clientes de la clase k en la fila
L: número de clientes en la fila
μ: tasa de servicio (1/t servicio)
P_0: probabilidad de que el sistema se encuentre vacío.

Una vez analizado los sistemas se llegó a la conclusión que el sistema de urgencias se encuentra sobrepoblado por la demanda de servicio, y la posible solución es agregar un médico permanente al área, de no ser posible se puede poner un límite de pacientes, al exceder dicho número un doctor de otra área llegara en ayuda. [5]

Una forma distinta de realizar un análisis a una línea de espera es por medio del sistema M/M/1/K, para el cual se tienen las siguientes características: un sistema de llegadas lo cual produce un proceso de Poisson donde los tiempos son exponenciales y se representa con la siguiente fórmula EXP(λ) donde λ es la media de llegada. y los tiempos entre servicios el cual se representa con la siguiente fórmula EXP(μ) donde μ es el número medio de la capacidad del servidor. [6]

2.2 Marco teórico

Para poder realizar un análisis de las líneas de espera debemos saber qué áreas se dedica a estudiar, dentro de esta investigación vamos a explorar todos los puntos o factores que se analizan en una línea de espera, y teoría de colas

de acuerdo con los agentes que pueden afectar su funcionamiento.
Las filas de espera se forman cuando los clientes llegan a un servicio a un ritmo más rápido de la tasa a la cual pueden ser atendidos. Debido a que las tasas de llegada de los clientes varían, es posible que se formen largas filas de espera a pesar de que la tasa de servicio prevista en el diseño del sistema sea apreciablemente más alta que la tasa promedio de llegada de los clientes.[7]

La teoría de colas es un conjunto de modelos matemáticos que describen sistemas de líneas de espera particulares. El objetivo principal es encontrar el estado estable del sistema y determinar una capacidad de servicio apropiado que garantice un equilibrio entre el factor cuantitativo (referente a costos del sistema) y el factor cualitativo (referente a la satisfacción del cliente por el servicio). [8]

Generalmente el objetivo de un estudio estadístico es conocer información sobre alguna característica de cierto conjunto de elementos. Este conjunto de elementos normalmente tiene un tamaño excesivamente grande para abarcarlo en su totalidad, por lo que nos centraremos en la obtención de información y estudios sobre algunos de ellos, un subconjunto, que podremos hacer extensible al total. [9]

Una de las preocupaciones de los científicos ha sido construir modelos de distribuciones de probabilidad que pudieran representar el comportamiento teórico de diferentes fenómenos aleatorios que aparecían en el mundo real. La pretensión de modelar lo observable ha constituido siempre una necesidad básica para el científico empírico, dado que, a través de esas construcciones teóricas, los modelos, podía experimentar sobre aquello que la realidad no le permitía. Por otra parte, un modelo resulta extremadamente útil, siempre que se corresponda con la realidad que pretende representar o predecir, de manera que ponga de relieve las propiedades más importantes del mundo que nos rodea, aunque sea a costo de la simplificación que implica todo modelo. [10]

En la práctica hay unas cuantas leyes de probabilidad teórica, como son, por ejemplo, la ley binomial o la de Poisson para variables discretas o la ley normal para variables continuas, que sirven de modelo para representar las distribuciones empíricas más frecuentes.[11]

Las líneas de espera se componen básicamente de 6 elementos principales, población, llegada, cola, selección, mecanismo de servicio, y salida.

La figura 1, presenta un bosquejo de un sistema básico de líneas de espera para una sola cola y un servidor disponible, en donde es claro que cuando el cliente llega al sistema, si no hay nadie en la cola, pasa de una vez a recibir el servicio, de lo contrario, se une a la cola. Es importante señalar que la cola no incluye a quien está recibiendo el servicio.

Una forma más simple de verlo es por medio de la siguiente imagen.

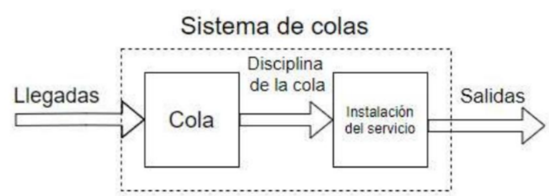


Fig. 1 Modelo básico de una Línea de Espera

Fuente de población

La fuente de población es la manera en la que se define el comportamiento de llegada de las personas a una línea de espera, es muy importante conocer cuál es el comportamiento de cada línea ya que dependiendo este se deberá llevar a cabo un análisis diferente.

Dentro de esta área de estudio contamos con dos grandes familias en las cuales se dividen las líneas de espera, las cuales son la población finita y la población infinita.

(1) Población finita: A este tipo de población se le denomina de esta forma debido a que la cantidad de personas que pueden realizar una fila es limitada, a causa de esto se debe tener una especial atención, porque de ser muy largo el tiempo de espera este tipo de población puede que salga de la fila y no vuelva, en cambio si la persona no tarda mucho tiempo en la

espera esto puede generar que sea un cliente frecuente.

(2) Población infinita: Este tipo de población se le denomina de esta forma cuando la población tiene el tamaño suficiente en comparación con el sistema de servicio, para que los cambios en el tamaño de la población, ocasionados por disminuciones o adiciones no afecten de manera sustancial a las probabilidades del sistema. [12]

Características de un sistema de llegada

Al igual que la población, el sistema de llegada puede analizarse de diferentes maneras, para ello nos introduciremos en los distintos patrones que se dedican al análisis del sistema de llegada, patrón de servicio otro factor para evaluar es el sistema de llegada a los elementos al sistema de colas. Existen cuatro características que determinan el tipo de llagada al sistema, patrón de llegada de los clientes, patrón de servicio de los servidores, disciplina de cola, capacidad del sistema. [14]

Patrón de llegada de los clientes

En situaciones de cola habituales, la llegada es estocástica, es decir la llegada depende de una ciertavariable aleatoria, en este caso es necesario conocer la distribución probabilística entre dos llegadas de cliente sucesivas.

Patrón de servicio de los servidores

El tiempo de respuesta de los servidores puede ser muy variado debido a que pueden atender gran cantidad de personas al mismo tiempo o por módulos individuales, también puede variar por la rapidez de los empleados en atender, puede que algunos sean más rápidos o más lentos y en cualquiera de los dos casos se les denomina patrones de servicio. Este patrón puede variar con el tiempo transcurrido, ya que la persona que atiende la cola no se encontrara en las mismas condiciones físicas que estaba al iniciar el día por ende esto puede provocar una baja en su desempeño laboral.

Disciplina De Cola

Las filas tienen dos tipos de comportamientos entre ellos encontramos los siguientes: FIFO (atender primero al quien llego primero), LIFO (atender primero a quien llego al último), Otros dos casos particulares de comportamiento son los conocidos como Preemptive.

Cliente con derecho preferente (Preemptive), el cual si llega un cliente con mayor nivel de prioridad entonces el cliente que está siendo atendido en se momento espera hasta que el cliente con mayor prioridad termine de usar el servicio, de ser este el caso puede suceder dos escenarios, uno donde el cliente se retira y empieza de nuevo su procedimiento o donde el cliente retoma su proceso desde donde lo dejó.

El segundo caso particular se le denomina no permitido (no-preemptive) donde el cliente con mayor prioridad espera hasta que acabe quien está siendo atendido. [15]

Capacidad del sistema

La capacidad de las líneas se les considera finitas ya que estas solo pueden albergar a un cierto número de clientes en la línea de espera, las colas se ven limitadas por la impaciencia de las personas al formar parte de una línea de espera.

Número de canales de servicio

Es evidente que es preferible utilizar sistemas multiservicios con una única línea de espera para todos que con una cola por servidor. Por lo tanto, cuando se habla de canales de servicio paralelos, se habla generalmente de una cola que alimenta a varios servidores mientras que el caso de colas independientes se asemeja a múltiples sistemas con un solo servidor.

Número de etapas de servicio

Un servicio una cola: la cual es la más sencilla con fórmulas directas para resolver el problema de distribución normal de patrones de llegada y de servicio. Cuando la distribución no es normal se resuelve por medio de simulaciones, un ejemplo de estas irregularidades podría ser un centro de lavado de autos o un muelle de descarga, ya que en estos últimos no se tiene un flujo constante de clientes.

N servidores una cola: este sistema consiste en dos o más canales de servicio que se supone son idénticos en su capacidad, en este sistema las personas llegan en una sola fila para después distribuirse por distintas líneas. Dentro de este sistema existe una terminología llamada análisis de costo, en este sistema se contempla la opción de incluir más opciones de espera por ejemplo más asesores en un edificio. Este tipo de decisiones deben basarse en una relación entre dos costos básicos el costo de proveer servidores adicionales contra el costo de demorar o no prestar el servicio.

N servidores N colas: en este sistema cada servidor tiene una línea separada, su mayor ejemplo puede estar en los bancos y tiendas de autoservicio en este sistema pueden separarse los servidores y tratarlos como sistemas independientes de un servidor y una cola.

Dicho de otra forma, una cola se puede dividir en distintas secciones de las cuales cada una tendrá su salida. [16]

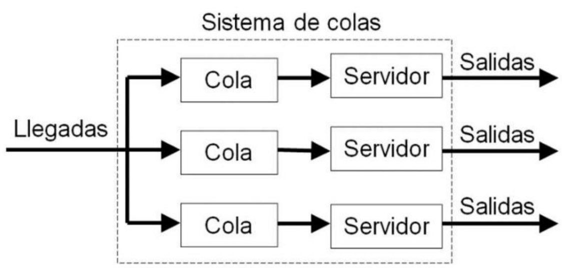


Fig.2 Ejemplo de diseño 3 colas 3 servidores

Se debe tener en cuenta que las pérdidas se miden porcada cliente esto de ser el caso de tomar la decisión de implantar más cosas que se traducirá a un gasto adicional para la empresa.

Los costos generados por una línea de espera pueden llegar a ser muy significativos y por ende deben ser calculados.

Este costo se maneja acorde al costo de un servidor por ejemplo si se le tiene que pagar a un empleado más para mejorar el tiempo de espera.

Para llegar a este cálculo se analizan los siguientes factores:

Cd (Costo de demora por cliente por unidad de tiempo)

Cs Costo por unidad de tiempo para agregar otro

Servidor

L = Número promedio en el sistema, La fórmula para evaluar el costo total por servidores es: L Cd + c Cs

El cual su comportamiento es que a medida que c aumenta, la capacidad adicional incrementará la

velocidad del servicio y L irá disminuyendo.

El objetivo de esta fórmula es brindar un número de servidores que minimice el costo total.

La forma de relacionar los servidores relacionales contra el costo de perder el negocio por clientes que se retiran se mide de la siguiente manera:

Cr = Costo de no brindar el servicio a un cliente

A = Tasa de llegadas

P = Probabilidad que un cliente se vaya de la cola sin ser atendido

El costo total será L Cd + c Cs + p A Cr

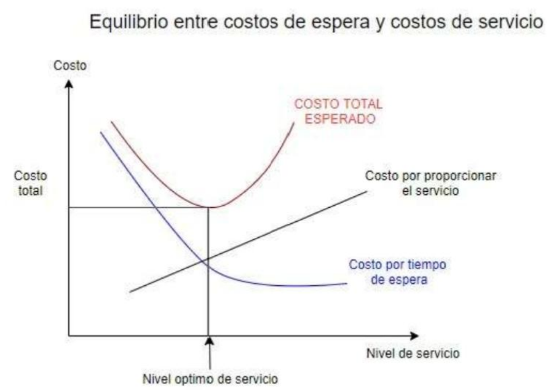


Fig. 3 Esquema de Optimización de una Línea de espera [17]

Se puede analizar los resultados de colas en el contexto de un modelo de optimización de costos, en el que la suma de los costos de ofrecer el servicio y de espera se reduzcan al mínimo. La figura 3 representa un modelo característico de costos, en el cual el costo de servicio aumenta al incrementar el nivel de servicio. Al mismo tiempo, el costo de espera disminuye al incrementar el nivel de servicio. El obstáculo principal para implementar los modelos de costo es que se puede dificultar la obtención de un estimado fiable del costo unitario de espera, en especial cuando el comportamiento humano influye sobre la función del caso. [18]

Etapas de un estudio Estadístico

El proceso de investigación supone un conjunto de etapas que podemos representar mediante el siguiente esquema:

1. Planteamiento del problema: consiste en definir el objeto de la investigación y precisar el universo o población al que se refiere el estudio.
2. Planificación del trabajo de campo: en esta etapa se toman decisiones con respecto a los procedimientos de entrevista, características del muestreo, diseño de herramientas, etc.
3. Recopilación de información: incluye la recogida de los datos y también la depuración de la información obtenida, es decir, tratar los problemas de la no respuesta, los errores de campo, los errores de oficina, los datos aparecidos, y los datos anómalos.
4. Análisis de los datos: esta etapa presenta varias fases:

a. Análisis descriptivo: organización (mediante tablas y gráficos) y resumen (en pocos valores que proporcionen la máxima información posible) los datos disponibles para extraer la información relevante en nuestro estudio.

b. Inferencia estadística: en el caso de trabajar con muestras, la inferencia se encarga de generalizar los resultados de la muestra a la población y obtener conclusiones generales. La inferencia se basa en suponer que la población sigue un modelo o una distribución conocida y los datos que tenemos son realizaciones aleatorias de ese modelo. Para cuantificar la fiabilidad de estos resultados se recurre al cálculo de probabilidades.

c. Validación de modelo: finalmente es necesario diagnosticar la validez de los supuestos del modelo que nos han permitido interpretar los datos y llegar a conclusiones sobre la población.

5. Interpretación: Obtener las conclusiones de los resultados obtenidos.

En el proceso descrito hemos definido las tres ramas fundamentales de la Estadística como ciencia y que son objeto de estudio en las asignaturas habituales de estadística: Estadística Descriptiva, Cálculo de Probabilidades, Inferencia. [19]

Conceptos básicos de un estudio estadístico

Generalmente el objetivo de un estudio estadístico es conocer información sobre alguna característica de cierto conjunto de elementos. Este conjunto de elementos normalmente tiene un tamaño excesivamente grande para abarcarlo en su totalidad, por lo que nos centraremos en la obtención de información y estudio sobre algunos de ellos, un subconjunto, que podremos hacer extensible al total.

Para matizar este problema, se suelen emplear los siguientes términos:

· Población: Conjunto de personas, objetos, ideas o acontecimientos sometidos a una observación estadística.
· Individuo o elemento: Cada uno de los elementos de la población.
· Muestra: Subconjunto de una población.
· Carácter o Variable: Cada una de las propiedades, rasgos o cualidades que poseen los elementos de una población y que son objeto de estudio. Haremos la siguiente clasificación:

o Variable Cualitativa o categórica: Los valores que toman no se pueden cuantificar. Cada uno de estos valores se denomina categoría, clase o modalidad. Pueden ser Ordinales o Nominales dependiendo de si se puede establecer un orden entre las diferentes categorías o no.

o Variable Cuantitativa o medibles: Los valores que toman se pueden cuantificar o medir. Pueden ser Discretas (los valores que pueden tomar son aislados) o Continuas (pueden tomar cualquier valor de la recta real o de un intervalo).

· Parámetro: es un valor numérico calculado a partir de una fórmula matemática, obtenida a partir de datos de la población.
· Estadístico: es un valor numérico derivada de un conjunto de datos de una muestra, con el objetivo de estimar o inferir características de una población o modelo estadístico. Se trata por tanto de una variable aleatoria que depende de la muestra. [20]

Datos discretos y continuos

La inferencia estadística a través del análisis de estudios observacionales o de diseños experimentales se utiliza en muchas áreas científicas. Los datos reunidos pueden ser discretos o continuos, según el área de aplicación. En la teoría de la probabilidad se hacen distinciones importantes entre datos discretos y continuos que nos permiten hacer inferencias estadísticas. Con frecuencia las aplicaciones de la inferencia estadística se encuentran cuando se trabaja con datos por conteo.

Por ejemplo, un ingeniero podría estar interesado en estudiar el número de partículas radiactivas que pasan a través de un contador en, digamos, 1 milisegundo. Al personal responsable de la eficiencia de una instalación portuaria podría interesarle conocer las características del número de buques petroleros que llegan diariamente a cierta ciudad portuaria. [21]

Las distribuciones discretas de Cálculo de Probabilidad son: Uniforme discreta, Binomial, Binomial negativa, Geométrica, Hipergeométrica, Poisson, de las cuales en este estudio utilizaremos la distribución de Poisson.

La distribución de Poisson, que debe su nombre al matemático francés Simeón Denis Poisson (1781 – 1840), ya había sido introducida en 1718 por Abraham De Moivre como una forma de límite de la distribución binomial que surge cuando se observa un evento rarodespués de un número grande de repeticiones. En General, la distribución de Poisson se puede utilizar como una aproximación de la binomial, Bin (n, p), si el número de pruebas n es grande, pero la probabilidad de éxito p es pequeña; una regla es que la aproximación Poisson-binomial es “buena” si $n \geq 20$ y $p \leq 0{,}05$ y “muy
buena” si $n \geq 100$ y $p \leq 0{,}01$.

La distribución de Poisson también surge cuando un evento o suceso “raro” ocurre aleatoriamente en el espacio o el tiempo. La variable asociada es el número de ocurrencias del evento en un intervalo o espacio continuo, por tanto, es una variable aleatoria discreta quetoma valores enteros de o en adelante (0, 1, 2, ...).

El concepto de evento “raro” o poco frecuente debe ser entendido en el sentido de que la probabilidad de observar k eventos decrece rápidamente a medida que k aumenta. [22].

Las distribuciones continuas de cálculo de probabilidades son: Uniforme, Gamma, Normal, Exponencial, Lognormal, ji-cuadrado, Logística, t deStudent, Beta y F de Snedecor. En este trabajo de investigación se tomará en cuenta la distribución.

Exponencial.

La distribución exponencial es el equivalente continuo de la distribución geométrica discreta. Esta ley de distribución describe procesos en los que interesa saber el tiempo hasta que ocurre determinado evento; en particular, se utiliza para modelar tiempos de supervivencia. Por ejemplo, es el tiempo que tarda una partícula radiactiva en desintegrarse. El conocimiento de la ley que sigue este evento se utiliza, por ejemplo, para la datación de fósiles o cualquier materia orgánica mediante la técnica del carbono 14.

Una característica importante de esta distribución es la propiedad conocida como “falta de memoria”. Esto significa, por ejemplo, que la probabilidad de que un individuo de edad t sobreviva x años, hasta la edad $x + t$, es la misma que tiene un recién nacido de sobrevivir hasta la edad x.

La distribución Exponencial se puede caracterizar como la distribución del tiempo entre sucesos consecutivos generados por un proceso de Poisson. La media de la distribución de Poisson, Lambda, que representa la tasa de ocurrencia del evento por unidad de tiempo, es el parámetro de la distribución exponencial, y su inversa es el valor medio de la distribución. [17]

Dentro de todo esto se encuentra la estimación de paramentos, que tiene por finalidad asignar valores a los parámetros poblacionales a partir de los estadísticos obtenidos en la muestra. Dicho de otra manera, la finalidad de la estimación de parámetros es caracterizar las poblaciones a partir de la información de las muestras entrando en lo que se denomina Inferencia estadística, ayudándonos con la prueba de Kolmogorov la cual es una prueba de bondad de ajuste, es decir, del grado en que la distribución observada difiere de otra distribución. Es una alternativa a la prueba de Ji-Cuadrada de bondad de ajuste cuando el número de datos es pequeño.

Este tipo de prueba permite medir el grado de concordancia existente entre la distribución de un conjunto de datos y una distribución teórica específica. Su objetivo es señalar si los datos provienen de una población que tiene la distribución teórica específica, es decir, contrasta si las observaciones podrían razonablemente proceder de la distribución específica.[24]

El criterio bajo la distribución de Poisson y Exponencial para la selección del modelo de líneas de espera.

La mayor parte de los modelos de colas estocásticas asumen que el tiempo entre diferentes llegadas de clientes siguen una distribución exponencial. O lo que es lo mismo, que el ritmo de llegada sigue una distribución de Poisson.

Es habitual también admitir que el ritmo de atención de cliente cuando el servidor está ocupado tiene una distribución de Poisson y la duración de la atención al cliente una distribución exponencial.

En este segmento se observarán las características de una distribución de Poisson y como se correlaciona con la distribución exponencial. A continuación, se examinarán las propiedades más importantes y algunas generalidades al ajustarse al patrón de llegadas. Se finaliza esta sección con argumentos que respaldan el uso de la distribución de Poisson. Utilizar la distribución de Poisson conlleva que la probabilidad de que lleguen n clientes en un intervalo de tiempo t es:

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} = e^{-\lambda t}$$

El tiempo entre llegadas se define, de este modo,
como la probabilidad de que no llegue ningún cliente:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

Siendo por tanto una distribución exponencial.[25]

Propiedades de Patrón de llegadas (o servicios) Poisson – Exponencial

El uso de este patrón de llegada (o de servicio) tiene,entre otras las siguientes propiedades:

P1 El número de llegadas en intervalos de tiempo no
superpuestos es estadísticamente independiente

P2 La probabilidad de que una llegada ocurra entre el
tiempo t y t + ∆t es λ∆t + 0(∆t), donde λ es la tasa de
llegada y 0(∆t) cumple lim∆ □□
□(∆) ∆
= 0. De hecho 0(∆t) se podría entender como la probabilidad de que llegue más de uno.

P3 La distribución estadística del número de llegadas en intervalos de tiempo iguales es estadísticamente equivalente

$$P_n(t\text{-}s) = \frac{[\lambda(t-s)]^n}{n!} = e^{-\lambda(t\text{-}s)} \quad \forall t, s \geq 0, t > s$$

P4 Si el número de llegadas sigue una distribución de Poisson el tiempo entre llegadas sigue una distribución exponencial de media (1/λ) y, al contrario

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

P5 Si el proceso de llegada es Poisson, los tiempos de llegada son completamente aleatorios con una función de probabilidad uniforme sobre el periodo analizado.

$$f_\tau(t_1, t_2, \ldots, t_k \mid k \text{ llegadas en } [0, T]) = \frac{k!}{T^k}$$

P6 Para conocer los datos que definen un proceso de Poisson solo es necesario conocer el número medio de llegadas.

P7 Amnesia de la Distribución exponencial: La probabilidad de que falten t unidades para que llegue el siguiente cliente es independiente de cuánto tiempo llevamos sin que llegue ningún cliente. [26]

$$P_r\{T \leq 1/T \geq t_0\} = P_r\{0 \leq T \leq t_1 - t_0\}$$

Generalización al Proceso Poisson –Exponencial
a) Variabilidad de λi

Se puede admitir que λ varíe con el tiempo. En este caso

$$P_n(t) = e^{-m(t)} \cdot \frac{(m(t))^n}{n!}, m(t) = \int_0^t \lambda(s)ds$$

b) Llegadas múltiples

Se puede admitir que en cada evento de llegada aparezcan i clientes, donde:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda$$

En este caso la probabilidad de que en el instante t hayan aparecido m clientes es:

$$P_r\{N(t)=m\} = \sum e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!} c_m^{(k)}$$

Donde C^k_m es la probabilidad de que k ocurrencias den un resultado total de m clientes. [13]

Terminología y notación

A menos que se establezca otra cosa, se utilizará la siguiente terminología estándar: Estado del sistema = número de clientes en el sistema.

Longitud de la cola = número de clientes que esperan servicio. Equivale al estado del sistema menos número de clientes a quienes se les da el servicio. N(t) = número de clientes en el sistema de colas en el tiempo t (t = 0). Pn(t) = probabilidad de que exactamente n clientes estén en el sistema en el tiempo t, dado el número en el tiempo 0. s = número de servidores (canales de servicio en paralelo) en el sistema de colas. λn = tasa media de llegadas (número esperado de llegadas por unidad de tiempo) de nuevos clientes cuando hay n clientes en el sistema.

μn = tasa media de servicio en todo el sistema (número esperado de clientes que completan su servicio por unidad de tiempo) cuando hay n clientes en el sistema. Nota: μn representa la tasa combinada a la que todos los servidores ocupados aquellos que están sirviendo a un cliente) logran terminar sus servicios. λ, μ, ϱ = vea el párrafo siguiente.

Cuando λn es constante para toda n, esta constante se denota por λ. Cuando la tasa media de servicio por servidor ocupado es constante para toda n ≥ 1, esta constante se denota por μ. (En este caso, μn = sμ cuando n ≥ s, es decir, cuando los s servidores están ocupados.)

En estas circunstancias, 1/λ y 1/μ es el tiempo esperado entre llegadas y el tiempo esperado de servicio, respectivamente. Asimismo, ϱ = λ/(sμ) es el factor de utilización de la instalación de servicio, es decir, la fracción esperada de tiempo que los servidores individuales están ocupados, puesto que λ/(sμ) representa la fracción de la capacidad de servicio del sistema (sμ) que utilizan en promedio los clientes que llegan (λ).

También se requiere cierta notación para describir los resultados de estado estable. Cuando un sistema de colas apenas inicia su operación, el estado del sistema (el número de clientes que esperan en el sistema) se encuentra bastante afectado por el estado inicial y el tiempo que ha pasado desde el inicio. Se dice entonces que el sistema se encuentra en condición transitoria. Sin embargo, una vez que ha pasado suficiente tiempo, el estado del sistema se vuelve, en esencia, independiente del estado inicial y del tiempo transcurrido (excepto en circunstancias no usuales). En este contexto, se puede decir que el sistema ha alcanzado su condición de estado estable, en la que la distribución de probabilidad del estado del sistema se conserva (la distribución estacionaria o de estado estable) a través del tiempo. [14]

3. SECCIÓN 3 – RESULTADOS

3.1 Análisis teórico y práctico del trabajo

La aplicación de modelos de decisiones en líneas de espera.

Después de la investigación de líneas de espera y tomando en cuenta el sistema de un servicio una cola, se tomó la decisión de analizar el caso actual con dicho sistema.

Uno de los objetivos es analizar el sistema de línea de espera que actualmente tiene el ISAR, el cual consta con una estructura de sistema de aproximadamente 50 metros desde el punto de entrada hasta el puntos de salida, dentro de este sistema podemos observar que los padres que llegan en sus vehículos se ubican directamente en un estacionamiento justo enfrente del instituto, al encontrar un lugar el padre baja del vehículo y se traslada hasta la puerta del colegio, donde se le vocea por medio de un altavoz al estudiante que el padre de familia llega a buscar.

Fig. 4 Esquema de Línea de espera del ISAR

En primera instancia se observará que tanto tiempo aguarda el padre de familia, al llegar a recoger a su hijo, y que tanto tiempo transcurre en poder realizar el proceso desde la llegada hasta el punto de salida, motivo por el cual se tendrá que realizar un análisis de la estructura del sistema.

Este análisis consta de dos etapas, primeramente, se realizó la recolección de datos del tiempo que tarda un auto en llegar a la entrada de la institución, posteriormente se tomó el tiempo que tarda el cliente en trasladarse hasta el punto de salida.

Este proceso solo se realizó con padres que llegaron en su automóvil, los datos se recolectaron de manera aleatoria durante un lapso aproximado de 2 semanas,durante 50 minutos, en el horario de 1:00 a 1:50 pm.

Se realizó el uso de cronómetros digitales para le medición del tiempo en los distintos puntos, teniendo cuatro puntos en los cuales se tomaron mediciones, tomando en cuenta los puntos de referencia en la Fig. 4 el primer punto de medición se posiciona en la entrada al sistema de línea de espera, el segundo punto de medición se colocó en la primera curva del sistema, el tercer punto de medición se tomó como referencia la región de entrada, y por último punto de medición en el área de salida del sistema, sistema en el cual se tomó en cuenta la longitud de este, que era aproximadamente 7 a 8 vehículos.

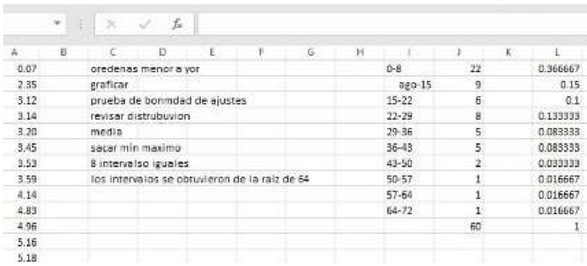
La concentración de dichos datos se guardó en hojas de cálculo, clasificando dichas hojas por día, sección y semana correspondientes, facilitando el análisis y control de los datos, posteriormente estos datos se trabajaron con una lista específica de actividades como lo se muestra en la fig. 5, ordenando los datos de menor a mayor, realizando prueba de bondad de ajuste, así como también revisando el tipo de distribución que nos ayudaría a visualizar de una mejor manera los datos recolectados, también se realizó la obtención de medidas como mínimo y máximo, media e intervalos de tiempos. Teniendo en cuenta la revisión de la distribución se notó que utilizar una distribución Poisson – Exponencial con respecto a las Propiedades del patrón de llegadas o servicios sería la más adecuada, teniendo en cuenta la investigación realizada en la sección 2, en la explicación de la sección 2 tenemos 7 patrones los cuales cuentan con sus fórmulas particulares con respecto a la situación que se presente en el patrón de llegadas, teniendo en cuenta esto las fórmulas que más se acercan a la distribución de nuestros datos, son el patrón número 4, el cual, si el número de llegadas sigue una distribución de Poisson el tiempo entre llegadas sigue una distribución exponencial de media (1/λ) y al contrario, representada por la siguiente ecuación.

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} = e^{-\lambda t} \Leftrightarrow P_0(t) = e^{-\lambda t}$$

Así mismo tomamos en cuenta el patrón número 5, “P5” de las propiedades de patrón de llegadas (o
servicios) Poisson – Exponencial, los tiempos de llegadason completamente aleatorios con una función de probabilidad uniforme sobre el periodo analizado, y su fórmula para representarlo sería la siguiente

$$f_\tau(t_1, t_2, \ldots, t_k \,|k \text{ llegadas en } [0, \mathrm{T}]) = \frac{k!}{T^k}$$

Estos patrones nos ayudaron a poder organizar nuestros datos de una manera adecuada, con frecuencia T se considera el conjunto de enteros no negativos mientras que k representa una característica de interés cuantificable en el tiempo t. Por ejemplo, T_k puede representar los niveles de inventario al final de la semana t. Los procesos estocásticos son de interés para describir el comportamiento de un sistema en operación durante algunos periodos. Las fórmulas fueron utilizadas para poder desarrollar los datos en el software minitab [27] y así poder graficarlos y representarlo de manera adecuado, los cuales serán representados en la sección de presentación de resultados, primero se organizaron los datos de mayor a menor, obteniendo los resultados mostrados en la Fig. 5, se tomaron los rangos de 0 – 8 y se obtuvo el recuento de ocurrencias, y la frecuencia esperada.



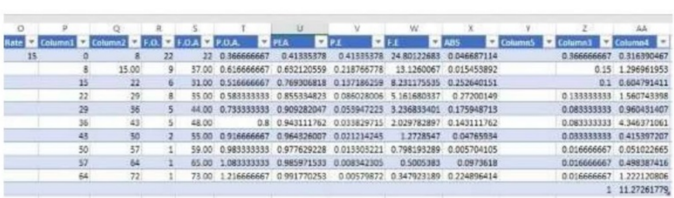
A	C	I	J	L
0.07	oredenas menor a yor	0-8	22	0.366667
2.35	graficar	ago-15	9	0.15
3.12	prueba de bonmdad de ajustes	15-22	6	0.1
3.14	revisar distrubuvion	22-29	8	0.133333
3.20	media	29-36	5	0.083333
3.45	sacar min maximo	36-43	5	0.083333
3.53	8 intervalso iguales	43-50	2	0.033333
3.59	los intervalos se obtuvieron de la raiz de 64	50-57	1	0.016667
4.14		57-64	1	0.016667
4.83		64-72	1	0.016667
4.96			60	1
5.16				
5.18				

Fig. 5 Organización y representación de los datos en una hoja Excel

Recolección de datos

Para realizar una recolección correcta de datos se realizó una investigación sobre los distintos tipos de muestreo, seleccionando así el que mejor se adaptó a nuestro caso.

Para ello utilizamos el muestreo aleatorio simple, el cual tiene una mayor efectividad debido a que en nuestro caso se realiza la muestra de una población pequeña, además de que los individuos que participaron en dicha muestra tienen las mismas probabilidades de aparecer en esta muestra, por lo tanto, se logra obtener una muestra real de las personas que llegan por sus hijos en los vehículos, se ingresaron los datos en el software y ejecutado las fórmulas de las propiedades de patrón de llegada información que se encuentra representada en la Fig. 6.



Rate	Column1	Column2	F.O.	F.O.A	P.O.A.	PEA	P.E	F.E	ABS	Column5	Column3	Column4
15	0	8	22	22	0.366666667	0.41335378	0.41335378	24.80122683	0.046687114		0.366666667	0.316390467
	8	15.00	9	37.00	0.616666667	0.632120559	0.218766778	13.1260067	0.015453892		0.15	1.296961953
	15	22	6	31.00	0.516666667	0.769306818	0.137186259	8.231175535	0.252640151		0.1	0.604791411
	22	29	8	35.00	0.583333333	0.855334823	0.086028006	5.161680337	0.27200149		0.133333333	1.560743398
	29	36	5	44.00	0.733333333	0.909282047	0.053947223	3.236833401	0.175948713		0.083333333	0.960431407
	36	43	5	48.00	0.8	0.943111762	0.033829715	2.029782897	0.143111762		0.083333333	4.346371061
	43	50	2	55.00	0.916666667	0.964326007	0.021214245	1.2728547	0.04765934		0.033333333	0.415397207
	50	57	1	59.00	0.983333333	0.977629228	0.013303221	0.798193289	0.005704105		0.016666667	0.051022665
	57	64	1	65.00	1.083333333	0.985971533	0.008342305	0.5005383	0.0973618		0.016666667	0.498387416
	64	72	1	73.00	1.216666667	0.991770253	0.00579872	0.347923189	0.224896414		0.016666667	1.222120806
											1	11.27261779

Fig. 6 Visualización de los datos en el software Minitab

3.2 Presentación de Resultados

Una vez realizada la recolección de los datos y la digitalización de estos, se sometieron a un proceso de graficación por medio del software Minitab en su versión 18, se tomó la decisión de utilizar este programa debido a su fácil acceso, la calidad del software y la cantidad de herramientas que facilitarían este trabajo, además que cuenta con una prueba gratuita que este software proporciona, que a pesar de ser temporal nos proporciona un tiempo considerable para poder tener un análisis adecuado de los datos y así poder observar el comportamiento de estos.

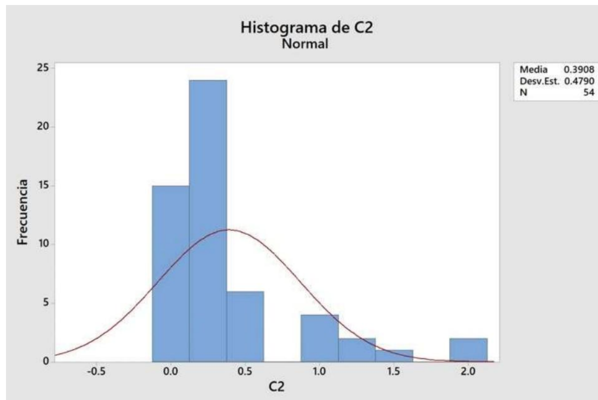


Fig. 7 Muestra de resultados del análisis de los datos

En la siguiente gráfica podemos observar el comportamiento de la distribución, notando que es un tipo de distribución no normal, lo que nos da una idea de cómo poder trabajar adecuadamente los datos recolectados.

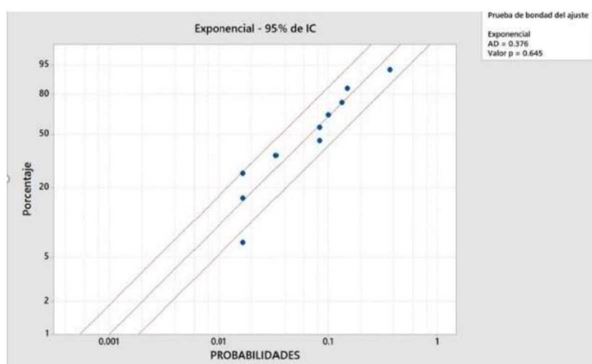


Fig. 8 Gráfica aplicando distribución exponencial

Como se puede apreciar en la gráfica le aplicamos un método de distribución exponencial confirmando lo que se había notado en la gráfica de la fig. 4, se puede observar que los coeficientes de correlación no llegan nunca al valor de 0.70 y por lo tanto la correlación es moderada.

3.3 Análisis de Resultados

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos podemos notar que a pesar que las gráficas muestran una correlación moderada, existe la necesidad de la implementación de un sistema viable para optimizar el sistema actual, facilitando el acceso, seguridad y rapidez necesaria para generar un flujo ágil y continuo de vehículos optimizando este proceso.

4. SECCIÓN 4 - CONCLUSIÓN

Al notar el problema que fue el detonador de esta investigación, se analizó tanto la aplicación de los modelos matemáticos en los datos tales como fórmulas matemáticas de Kolmogorov-Smirnov, la cual nos ayudó a demostrar que el comportamiento de los datos era exponencial, también en la labor de adquirirlos, que la aplicación del modelo Poisson – Exponencial era necesario, así como también la aplicación de nuevas tecnologías para agilizar el proceso de entradas y salidas de vehículos al llegar a recoger a sus hijos, refiriéndose a los alumnos es necesaria. Además, en adquisición de los datos, se pudo analizar que el flujo de entrada y de salida de vehículos es muy desigual, ya que en el punto de salida hay un flujo continuo que satura y ralentiza la fila, al ver los reportes de tiempos diarios de cada punto de checado, se puede observar que casi un 80% de dicho tiempo se ralentiza en el punto de salida, indicando claramente que hay una situación por resolver en dicho lugar.

Con lo anterior se puede ratificar una vez más la importancia de la implementación de modelos de teorías de colas, ya que esto nos permitiría mejorar el comportamiento del sistema actual, igualmente, la implementación de métodos y nueva tecnología, ayudarían, garantizando la seguridad de los alumnos y la eficacia de este sistema habiendo realizando cambios y ajustes los cuales nos permitan resultados satisfactorios.

Referencias

[1] Brooks Barnes, Disney Tackles Major Theme Park Problem: Lines, The New York Times 2010

[2] Alex Stone, Why Waiting Is Torture, The New York Times 2012

[3] Jerome Stockfisch, Recoger los chicos en la escuela podría ser más fácil, Tampa Bay Times 2016

[4] infobae, No más filas: la exitosa app que le ahorra 4 años a las personas, TECNO 2016

[5] Rodríguez Gustavo, Jáuregui Ana, González Karen, Pérez Salvador, González Manuel, Hernández Darío, Análisis del servicio de Urgencias aplicando teoría de líneas de espera, ScienceDirect2017

[6] F. Garduño, “Software para dimensionamiento de troncales para redes”, Tesis de licenciatura,

[7] R. Carro, D. González, Administración de las Operaciones, Modelos de líneas de espera, Universidad Nacional de Mar de Plata, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales.

[8] F. Hillier, G. Lieberman, Introducción a la investigación de operaciones 9na edición, Mc. Graw - Hill Interamericana editores 2010.

[9] D. Gómez-Reverte, M. Molina, J. Mulero, M. Nueda, A.Pascual, Introducción a la Estadística, Depto. De Estadística e Investigación Operativa, Universidad de Alicante 2013.

[10] A. Porras, Diplomado en análisis de información geoespacial, Tipos de muestreos, Centro de Investigación en Geografía y Geomatica, México.

[11] PL. Mayer, Probabilidad y aplicaciones Estadísticas, Addison – Wesley Iberoamérica, México 1986.

[12] D. de la Fuente, R. Pinto, Teoría de Líneas de Espera Modelo de Colas, Servicio de Publicaciones Universidad de Oviedo 2001.

[13] J. Pazos, A. Suarez, R. Díaz, Teoría de Colas y simulación de eventos discretos, Prentice Hall Iberia, Madrid, España 2003

[14] R. Díaz, J. Pazos, A. Fernández, Problemas de Teoría de Colas, Andavira editorial, Primera edición 2010

[15] J. García, Aplicando Teoría de Colas en Dirección de Operaciones, Universidad Politécnica de Valencia, Curso 2015/2016 pag.18

[16] M. Azarang, E. García, Simulación y análisis de modelos estocásticos, Mc. Graw – Hill México.

[17] M. Rosas, D. Bautista, L. Hernández, Modelos de Líneas de Espera, Instituto Tecnológico de Cerro Azul, Ingeniería en Sistemas Computacionales, mayo 2011

[18] D. Peña, Estadística Modelos y métodos. 1 Fundamentos, Alianza de Textos, Universidad Madrid, 1993.

[19] M. Pliego, M. Ruiz, Estadística I: Probabilidad, Madrid editorial AC, 1997.

[20] R. Walpole, R. Myers, S. Myers, Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencia, Pearson Educación, México, 2012.

[21] J. Palmgren, Poisson Distribution, Encyclopedia of Biostatistics, Colton T editores John Wiley & Sons 1998.

[22] DL. Katz, Epidemiology, Biostatistics and Preventive Medicine Review, Saunders Compañy USA: W.B. 1997.

[23] R. García, J. González, J. Jornet, Material elaborado en el marco de la convocatoria de innovación, Vicerectorar de Convergencia Europea i Qualitat de la Universitat de Valencia 2010.

[24] F. Garduño, Software para dimensionamiento de troncales para redes, Tesis Licenciatura. Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones, Universidad de las Américas, Puebla 2007.

[25] M. Galindo, I. Barrera, M. Benito, Distribuciones de Probabilidad Discretas, Tercera Unidad, Dpto. de Estadística y Matemáticas Aplicadas, Universidad de Salamanca.

[26] F. Hiller, G. Lieberman, Introduction to Operations Research 2a ed., Holden-Days, San Francisco 1975.

[27] https://www.minitab.com/es-mx/downloads/